令和３年度入学試験（教育学部）

氏　名

数学解答紙〔その一〕

受験番号

評点欄

1

1

(1) BC$=x$ $(x>0)$ とすると，△ABC において余弦定理より，

$$4^2=x^2+6^2-2\cdot x\cdot 6\cdot\cos B$$

$$16=x^2+36-12x\cdot\frac{3}{4}$$

$$x^2-9x+20=0$$

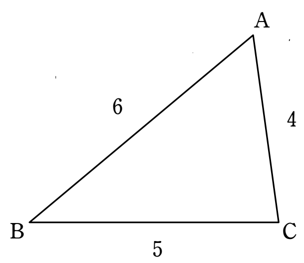
$$(x-4)(x-5)=0$$

$$x=4,\ 5$$

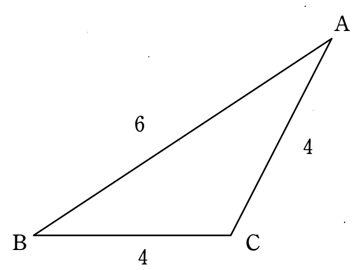
よって，BC=4, 5

(2)

(i) BC=5 のとき



(ii) BC=4 のとき



上図より，∠C が鋭角のとき BC＝5 である。

また，$0°<\angle B<180°$ より $\sin B>0$ であるから

$$\sin B=\sqrt{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

よって △ABC の面積を S とすると，

$$S=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 6\cdot\sin B=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 6\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{15\sqrt{7}}{4}$$

(3) 求める外接円の半径を R とすると，△ABC において正弦定理より，

$$2R=\frac{4}{\sin B}$$

$$2R=\frac{4}{\frac{\sqrt{7}}{4}}$$

$$R=\frac{8\sqrt{7}}{7}$$

また，内接円の半径を r とすると，

$$S=\frac{1}{2}r(6+5+4)$$

$$\frac{15\sqrt{7}}{4}=\frac{15}{2}r$$

$$r=\frac{\sqrt{7}}{2}$$

令和３年度入学試験（教育学部）

氏　　名

数　学　解　答　紙　〔その二〕

受験番号

評点欄

2

2

(1). $\alpha=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ より

$\alpha^2=(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=\underline{5+2\sqrt{6}}$ //

$\alpha^3=(\sqrt{2}+\sqrt{3})^3=\underline{11\sqrt{2}+9\sqrt{3}}$ //

(2). $\alpha=\sqrt{2}+\sqrt{3}\cdots$ ①.

$\alpha^2=5+2\sqrt{6}\cdots$ ②

$\alpha^3=11\sqrt{2}+9\sqrt{3}\cdots$ ③ より

①×9 − ③ より

$9\alpha-\alpha^3=-2\sqrt{2}$.

$\therefore \underline{\sqrt{2}=\frac{1}{2}(\alpha^3-9\alpha)}$ //

①×11 − ③ より

$11\alpha-\alpha^3=2\sqrt{3}$

$\therefore \underline{\sqrt{3}=\frac{1}{2}(-\alpha^3+11\alpha)}$ //

② より $\underline{\sqrt{6}=\frac{1}{2}(\alpha^2-5)}$ //

(3)

$\frac{1}{\alpha+1}=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}$

$=\frac{1}{(\sqrt{2}+1)+\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{2}+1-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+1)^2-3}$

$=\frac{1}{4}(2+\sqrt{2}-\sqrt{6})$

$=\frac{1}{4}\left(2+\frac{1}{2}(\alpha^3-9\alpha)-\frac{1}{2}(\alpha^2-5)\right)$

$=\underline{\frac{1}{8}(\alpha^3-\alpha^2-9\alpha+9)}$ //

(4).

αが有理数と仮定する

(2) より $\sqrt{6}=\frac{1}{2}(\alpha^2-5)$

(左辺)＝(無理数)

(右辺)＝(有理数) より 矛盾.

したがって. αは無理数である. //

令和３年度入学試験（教育学部）

氏　　名

数　学　解　答　紙　〔その三〕

受験番号

評点欄

④

3

(1). $f'(x)=4x+1$ より，$f'(1)=5$.

よって，直線 ℓ の方程式は，

$y-4=5(x-1)$ より．　$\ell: y=5x-1$

(2). 直線 ℓ, m が x 軸の正の向きとなす角を それぞれ α, β とおくと，

(1)より．$\tan\alpha=5>1$ だから $\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$.

$\beta=\alpha+\frac{\pi}{4}$ のとき，$\frac{\pi}{2}<\beta<\frac{3}{4}\pi$ より．$\tan\beta<0$ となるので

m の傾きが負となり 不適．

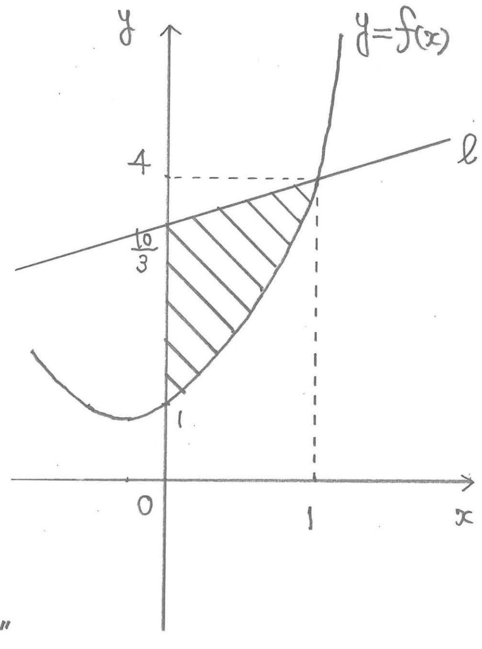
$\beta=\alpha-\frac{\pi}{4}$ のとき．$\tan\beta=\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})$

$$=\frac{\tan\alpha-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\alpha\cdot\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{5-1}{1+5\cdot1}=\frac{2}{3}$$

これは，m の傾きが正となり適する．

よって，直線 m の方程式は

$y-4=\frac{2}{3}(x-1)$ より．　$m: y=\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}$



(3). 求める面積を S とすると，

$$S=\int_0^1\left\{\left(\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}\right)-\left(2x^2+x+1\right)\right\}dx$$

$$=\int_0^1\left(-2x^2-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}\right)dx$$

$$=\left[-\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{6}x^2+\frac{7}{3}x\right]_0^1$$

$$=\frac{3}{2}$$

よって，$S=\frac{3}{2}$