

前期日程

平成 29 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（医学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1  $a$  を正の定数とする。関数  $f(x) = \frac{(\log ax)^3}{x}$  ( $x > 0$ ) に対して、次の間に答えよ。

(1)  $f(x)$  が  $x = b$  で極大値  $\frac{54}{e^3}$  をとるとき、 $a$  および  $b$  を求めよ。

(2) (1) の  $a$  に対して、不定積分  $\int f(x) dx$  を求めよ。

(3) (1) の  $a, b$  に対して、曲線  $y = f(x)$  ( $0 < x \leq b$ )、直線  $x = b$  および  $x$  軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

2

曲線  $C: y = \frac{\sin x}{e^x}$  について、次の問に答えよ。

- (1)  $\frac{\sin x + \cos x}{e^x}$  の導関数および  $\frac{\sin x}{e^x}$  の不定積分を求めよ。
- (2)  $n = 0, 1, 2, \dots$  に対して、曲線  $C$  の  $2n\pi \leq x \leq (2n+1)\pi$  の部分と  $x$  軸とで囲まれた図形の面積を  $a_n$  とする。  $S_n = \sum_{k=0}^n a_k$  と定めるとき、極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ。
- (3)  $n = 0, 1, 2, \dots$  に対して、曲線  $C$  の  $0 \leq x \leq n\pi$  の部分を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を  $V_n$  とする。極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$  を求めよ。

3 複素数  $\alpha, \beta$  が

$$|\alpha| = 1, \quad |\beta| = \sqrt{2}, \quad |\alpha - \beta| = 1$$

を満たし、 $\frac{\beta}{\alpha}$  の虚部は正であるとする。このとき、次の間に答えよ。

- (1)  $\frac{\beta}{\alpha}$  および  $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^8$  を求めよ。
- (2)  $|\alpha + \beta|$  を求めよ。
- (3)  $n$  が 8 で割ると 1 余る整数のとき、 $|\alpha^n + \beta^n|$  を  $n$  を用いて表せ。

4 関数

$$f(x) = \frac{1}{x} \cos^2 \left( \frac{\log x}{2} \right) \quad (x \geq 1)$$

に対して、次の問に答えよ。

(1)  $f'(x) = 0$  を満たすような  $x$  のうち、最小のものを求めよ。

(2)  $f(x) = \frac{1}{10}$  はただ1つの解をもつことを示せ。

(3)  $t \geq 1$  のとき、定積分  $\int_1^t f(x) dx$  を  $t$  を用いて表せ。