

後期日程

平成29年度入学試験（後期日程）

物 理

（ 理 工 学 部 ）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この問題冊子は全部で7ページあります。落丁、乱丁又は印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答紙4枚と計算紙1枚は、糊付けされています。「解答始め」の合図があったら、初めにすべての用紙を丁寧に切り離しなさい。上手に切り離せない場合や誤って破いてしまった場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. 問題は **1** から **4** まで4問あります。解答は、必ず解答紙の指定された箇所に記入しなさい。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出しなさい。
6. 試験終了後、問題冊子と計算紙は持ち帰りなさい。

1

質量 $2m$ の小球 A と質量 m の小球 B の xy 平面内での衝突を考える。両者は弾性衝突を行い、衝突前後で質量は変わらず、エネルギーと運動量は保存される。平面に静止した観測者 C から見ると、衝突前には小球 A, B ともに図に示すように x 軸に平行に運動しており、速度の x 成分はそれぞれ v と $-2v$ であった。衝突後の小球 A の速度の大きさを v_A 、また運動方向が x 軸となす角を θ とする。同様に、小球 B の速度の大きさを v_B 、また x 軸となす角を ϕ とする。ただし、角度は x 軸から反時計回りにはかり、 θ の範囲が 0 から π となる衝突のみを考える。

- (1) 以下の運動量保存を表す式を書け。ただし、衝突前の量を左辺に、衝突後の量を右辺に書け。
 - (a) x 成分の運動量
 - (b) y 成分の運動量
- (2) v_A を、 v を用いて表せ。
- (3) ϕ を、 θ を用いて表せ。ただし、 ϕ の範囲は 0 から 2π とする。

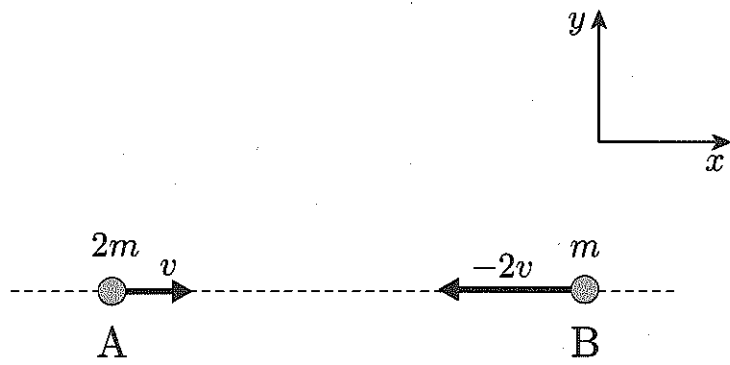
この場合、エネルギー保存則と運動量保存則から衝突後の2つの小球の速度の大きさは決まるが、運動方向は決まらない。

ここで、同じ衝突を、 x 軸方向に等速直線運動をしている観測者 D から見ると衝突前に小球 B は静止して見えた。

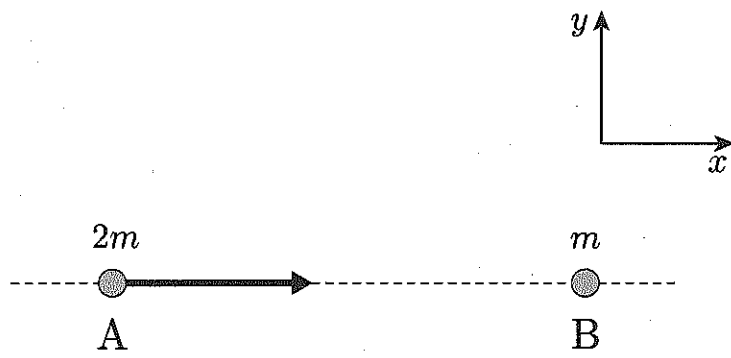
- (4) 観測者 D から見た小球 A と B の衝突前の運動エネルギーの総和を求めよ。

観測者 D から小球の運動を見ると、静止した観測者 C が見る運動に一定の速度ベクトルを合成した運動として観測される。同じ条件での衝突を繰り返すうちに観測者 D は、衝突後の小球 A の運動方向と x 軸のなす角に最大値があることを発見した。衝突後に小球 A が、この最大角度方向に運動する場合に関して以下の問いに答えよ。

- (5) 観測者 D が発見した角度の最大値を求めよ。
- (6) この運動を静止した観測者 C から見たとき、衝突後の小球 A の運動方向が x 軸となす角度を求めよ。



観測者 C から見た運動 (衝突前)



観測者 D から見た運動 (衝突前)

2

図1のように、気圧 p_0 の大気中で鉛直に立てられている断面積 S のシリンダーに、質量 M のなめらかに動くピストンがついている。ピストンの底からシリンダーの底面までの空間に、物質量 n の単原子分子理想気体が閉じこめられている。はじめ、シリンダー内の気体の圧力は大気圧と等しく p_0 であり、ピストンが高さ h_0 の位置に止まっている。シリンダーとピストンは断熱材料でできており、これらの熱容量は無視でき、シリンダー内で気体の圧力と温度は場所によらず同じ値をとるものとする。気体定数を R とし、重力加速度の大きさを g とする。以下の問いに答えよ。

- (1) シリンダー内の気体の圧力が p_0 で、ピストンが高さ h_0 の位置に止まっている初期状態のシリンダー内の気体の温度を求めよ。

次に、シリンダー内の気体をゆっくり加熱した。ある一定の熱量を与えたところ、ピストンが動き出した。

- (2) ピストンが動き出す瞬間のシリンダー内の気体の温度を求めよ。
- (3) 初期状態からピストンが動き出す瞬間までにシリンダー内の気体に与えた熱量を求めよ。

さらに加熱すると、ピストンがゆっくり上昇し、シリンダーから抜けないうまま、図2のように高さ h の位置に到達した。

- (4) 高さ h のときのシリンダー内の気体の温度を求めよ。
- (5) ピストンが動き出した瞬間から (4) の状態になるまでにシリンダー内の気体に与えた熱量を求めよ。

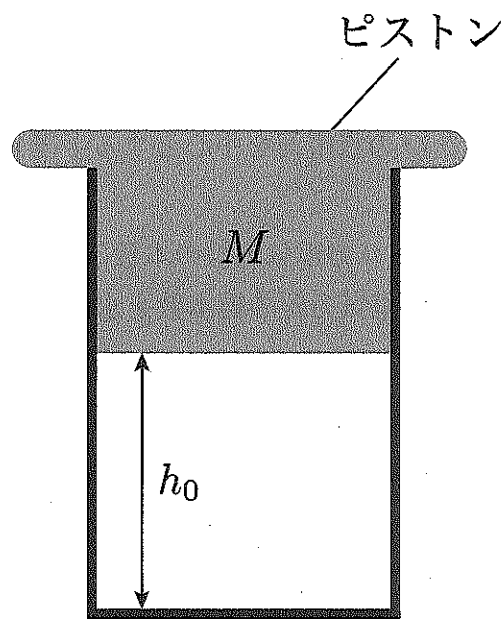


図 1

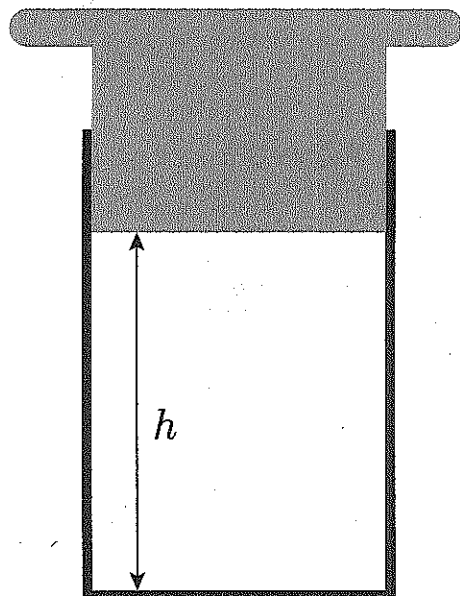


図 2

3

クーロンの法則の比例定数を k ，円周率を π として，以下の問いに答えよ。

図1のように，正の電気量 Q の点電荷を中心とする半径 r の球面を考える。

- (1) 球面を貫く単位面積あたりの電気力線の本数は，その場所の電場の強さに等しいとする。球面を貫く電気力線の総本数を求めよ。

電荷が点電荷ではなく，広がりを持って分布している場合でも，球面を貫いて外に出る電気力線の本数は，球面の内部に存在する電気量の総和によって決まる。図2のように，半径 a の導体球の表面に，電気量 Q の正電荷が一様に分布しているとき，導体球の中心からの距離 r の位置での電場について考える。

- (2) 導体球の内側，すなわち $0 < r < a$ の場合の電場の大きさを求めよ。
 (3) 導体球の外側，すなわち $r > a$ の場合の電場の大きさを求めよ。

さらに，図3のように，図2の導体球を，半径 b の球面状の薄い中空導体でおおい，その球面に電気量 $-3Q$ の負電荷を一様に分布させる。ただし，導体球と中空導体の中心は一致しているとする。中心からの距離 r の位置での電場について考える。

- (4) 導体球と中空導体の間，すなわち $a < r < b$ の場合の電場の大きさを求めよ。
 (5) (4)の電場の向きは ア. 中心に向かう イ. 中心から遠ざかる 向きである。 の中で正しいものをア，イから選択せよ。
 (6) 中空導体の外側，すなわち $r > b$ の場合の電場の大きさを求めよ。
 (7) (6)の電場の向きは ア. 中心に向かう イ. 中心から遠ざかる 向きである。 の中で正しいものをア，イから選択せよ。

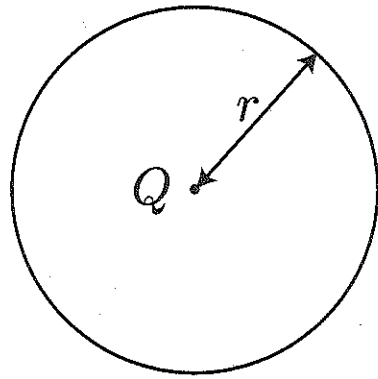


图 1

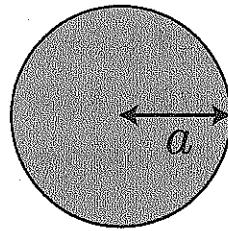


图 2

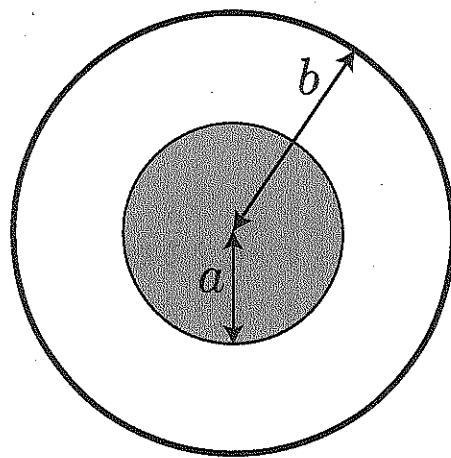


图 3

4

水素原子のボーア模型について以下の問いに答えよ。ただし、電子の質量を m 、電子の電気量を $-e$ 、プランク定数を h 、光速を c 、クーロンの法則の比例定数を k 、円周率を π とする。

- (1) 水素原子内の電子が原子核のまわりを速さ v 、半径 r で等速円運動しているとする。このとき、原子核と電子の間のクーロン力が向心力としてはたらく。電子の円運動の運動方程式を書け。
- (2) 速さ v で運動している電子は波長 $\lambda = \frac{h}{mv}$ で表される電子波として振る舞うと考えられる。電子の円運動の軌道の1周の長さが電子波の波長の整数倍しか取れないとしたとき (この正の整数を n とする)、軌道半径を k, h, m, e, n を用いて表せ。
- (3) 電子の持つエネルギーは運動エネルギーとクーロン力による位置エネルギーの和となる。クーロン力による位置エネルギーの基準を無限遠点にとり、(2)の整数 n に対応する軌道をとる電子の持つ全エネルギー E_n を k, h, m, e, n を用いて表せ。
- (4) 下の文章中の (i) については、ア、または、イの記号で答え、(ii) の空欄には当てはまる数式を答えよ。

電子は、(2) で導入した正の整数 n に対応する軌道をとる、光を放出または吸収することにより軌道を移動することができる。 $n = 1$ に対応する状態から $n = 2$ に対応する状態へ電子が移ったとする。このとき光は (i) ア. 吸収 イ. 放出され、そのときの光の波長は E_1, E_2, h, c を用いて表すと (ii) となる。

- (5) 基底状態にある水素原子をイオン化するために必要な最小のエネルギー (電離エネルギー) として適切なものを、以下の (a) ~ (f) から選び、記号で答えよ。
- (a) E_1 (b) $E_1 - E_2$ (c) $-E_1$ (d) $-E_1 + E_2$ (e) E_∞ (f) $-E_\infty$