平成29年度入学試験（教育学部）

氏　名

教育学部解答例　数学解答紙〔その一〕

受験番号

評点欄

1

1

(1) 点Pは辺A′B′を2：1に内分するので

$$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA'}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB'}=\frac{1}{3}\cdot 2\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\cdot 3\overrightarrow{OB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$$

$\therefore\ \overrightarrow{OP}=\frac{2}{3}\vec{a}+2\vec{b}$　…答

(2) 点Qは線分OP上にあるので，実数tを用いて

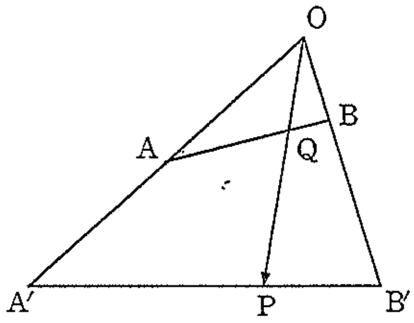
$$\overrightarrow{OQ}=t\overrightarrow{OP}=\frac{2}{3}t\vec{a}+2t\vec{b}$$

と表される。また，点Qは線分AB上にあるので

$\frac{2}{3}t+2t=1$　　$\therefore\ t=\frac{3}{8}$

よって　$\overrightarrow{OQ}=\frac{3}{8}\overrightarrow{OP}$　$\Leftrightarrow$　$\overrightarrow{OP}=\frac{8}{3}\overrightarrow{OQ}$

したがって　$\frac{|\overrightarrow{OP}|}{|\overrightarrow{OQ}|}=\frac{8}{3}$　…答



(3) $\overrightarrow{OP}$と$\overrightarrow{AB}$が直交しているので　$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ より

$$\left(\frac{2}{3}\vec{a}+2\vec{b}\right)\cdot(\vec{b}-\vec{a})=\frac{2}{3}(\vec{a}+3\vec{b})\cdot(\vec{b}-\vec{a})$$
$$=\frac{2}{3}(\vec{a}\cdot\vec{b}-|\vec{a}|^2+3|\vec{b}|^2-3\vec{a}\cdot\vec{b})$$
$$=\frac{2}{3}(-2\vec{a}\cdot\vec{b}-5+9)=0$$

$\therefore\ \vec{a}\cdot\vec{b}=2$

したがって，△OABの面積をSとすると

$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{5\cdot 3-4}=\frac{\sqrt{11}}{2}$　…答

また，(2)より$|\overrightarrow{OP}|:|\overrightarrow{OQ}|=8:3$なので△PABの面積は

$\triangle PAB=\frac{5}{3}S=\frac{5}{6}\sqrt{11}$　…答

教育学部解答例　数 学 解 答 紙 〔その二〕

氏　名

受験番号

評点欄

2

2

(1) △PAO において $a>0$，$t>0$ より

$$\tan\angle PAO=\frac{OP}{AO}=\frac{t}{a}$$

また，$\angle QPB=\pi-\left(\frac{\pi}{2}+\angle APO\right)=\angle PAO$ なので△QPB において

$$\tan\angle QPB=\tan\angle PAO=\frac{t}{a}$$

したがって

$$BQ=PB\cdot\tan\angle QPB=(a-t)\cdot\frac{t}{a}=\frac{t(a-t)}{a}$$

したがって，△PBQ の面積 S は

$$S=\frac{1}{2}\cdot PB\cdot BQ=\frac{1}{2}\cdot(a-t)\cdot\frac{t(a-t)}{a}=\frac{t(t-a)^2}{2a}\quad(0<t<a)$$ …答

(2) (1) より　$S=\frac{1}{2a}(t^3-2at^2+a^2t)$

これを t で微分すると　$\frac{d}{dt}S=\frac{1}{2a}(3t^2-4at+a^2)=\frac{(t-a)(3t-a)}{2a}$

$0<t<a$ における S の増減表を書くと下のようになる。

t	0	…	$\frac{a}{3}$	…	a
$\frac{d}{dt}S$		+	0	−	
S		↗	$\frac{2}{27}a^2$	↘	

よって，上の増減表より S は　$t=\frac{a}{3}$ のとき　最大値　$\frac{2}{27}a^2$　をとる。　…答

平成29年度入学試験（教育学部）

氏　名

教育学部解答例　数学解答紙〔その三〕

受験番号

3

評点欄

③

コインを１回投げて

表が出る事象をA，裏が出る事象をB

とする。

(1)　コインを７回投げ終えたとき，点Pの位置が１となるには，Aが４回，Bが３回起こればよい。

よって，求める確率は

$${}_7C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{35}{128}$$

…答

(2)　題意を満たすとき，コインの出方は

(A, B, A, B, B, A, A)　(A, B, B, A, A, B, A)　(B, A, A, B, A, B, A)

(B, A, B, A, A, A, B)　(B, B, A, A, A, A, B)

の５通りある。

よって，求める確率は

$$\frac{5}{2^7}=\frac{5}{128}$$

…答